算数科“図形”領域教材研究——“相似”の指導

宮下英明・卜部義夫*・長島完一**・松島　修***

On Geometry in Elementary School Mathematics——“Similarity”

Hideaki MIYASHITA, Yoshio URABE,
Kan-ichi NAGASHIMA & Osamu MATSUSHIMA

目　次

1　“相似”単元の主題の考察

1.1　“形”，“形が同じ”

1.1.1　“形が同じ”の定式化

“相似”の主題は，“相似”のことばで表現されるところの“同じ”——“形が同じ”(註)——を，定式化することである。

指導は，“同じ”が端的に判断される認知のレベルから出発する。それは，《“同じ”とはどういうことか？》の問いに対し，《同じは同じだ！》という言い方でしか応えられないレベルである——あるいは，つぎのような応答になるレベル：

“同じ”とは？
形が同じこと。
“形”とは？
これとこれを“同じ”とするような何か。
(堂々巡り！)

指導のゴールは，《“同じ”とは？》の問い

1990年4月16日受理
*金沢市立竹又小学校，**金沢市立大浦小学校，***金沢大学教育学部付属小学校

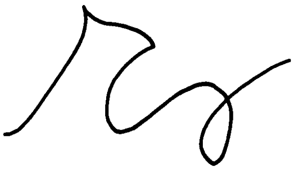
に対する，堂々巡り（循環論法）にはならない《“同じ”とはしかじか》の答え方である。

われわれがここで用意する言い回しは，“距離の比を保つような点対応がとれる”である。

1.1.2　“形”，“形が同じ”

“形”のことばで表現できる対象は，そうでないものと比べると，実際には僅かである。

“形”のことばのレパートリーの中に使えるものがないとき，直喩という表現形態を用いることがある。これも，“形”のことばと見なせる。しかし，直喩の方法で表現できる対象も，そうでないものと比べると，僅かである。――試みに，



の形の表現を考えてみよ。

“形”のことばで表現されている対象は，そのことばを“形”として，形を持てる(註1)。このような対象については，形の表現の一致が，“形が同じ”の意味になる。

これに対し，形の表現を用意できない対象は，形を持てない。(試み，先の図に対し，図そのものとそれの形の二つを区別してみよ。)

しかしこのような対象に対しても，“形が同じ”を言いたくなることがある。また実際，言っている。

このときの“形が同じ”は，《“形”＋“が”＋“同じ”》のようには分解できない。“形”と言えるものがないからである。このときは，“形が同じ”で一語である(註2)。

さて，形を持てない対象に対し，“形が同じ”はどのように考えられるか。また，この“形が同じ”を，形を持てる対象に対しても，そうでない対象に対しても，均しく適用可能なように規準づけられないか。

答えは“然り”である。そしてその規準は，“距離の比を保存する１対１の点対応がとれる”である。

“相似”の単元の主題は，この規準を明示的に与えることである。

（註１）例えば“円い”と表現される皿は，“円”をそれの形として持つ。

（註２）元来，“形が同じ”はこれで一語である。“形が同じ”の言い回しの中の“形”は，専ら，このときの“同じ”を“色が同じ”，“大きさが同じ”，‥‥と区別するためにある。

1.1.3　対象表現としての“形”

“形”のことばによる対象の形容は，《表現＝別もの化》の意味での，対象の表現である。特に，“形”のことばが数学の対象の名であるとき，この形容は，対象の数学的存在への表現ということになる。

例えば，“この皿は円い”と言うとき，皿が数学的対象の円に表現（別もの化）されていることになる。

対象の形は，対象の内包ではない。“形”は検証されない。それは，了承されるのみである。“この皿が円い”という言表が他者に了承されるとき，この皿は円いことになる。特に，この皿が円いかどうかは，ケース・バイ・ケースである。

対象の“形”は，《表現行為は投企（“賭け”）である》の意味で，対象の表現である。

われわれは，“形”の語を（検証の論理を想定するところの）“含意”の意味では使わない。特に，数学においては，対象に対する“形”の形容は存在しない。数学では，〈投企〉は許されていないからである。

例えば，“この円は円い”と言うとき，それは単に“円は円である”という同義反復をしているのである。“形”を述べているのではない。また，“この皿は楕円”の言い回しでの“楕円”は“形”であるが，“円は楕円”の言い回しでの“楕円”は，“円”の含意であって“形”ではない。

1.1.4　存在概念としての“形”の無用化

“形が同じ”を“距離の比を保存する１対１

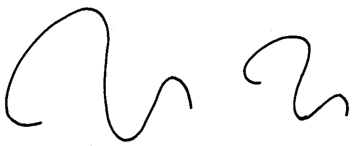
の点対応がとれる”というように定義するとき，“形”は，存在概念としては全く無用のものとなる。——“形が同じ”を“色が同じ”，“大きさが同じ”，‥‥と区別することが，“形”の語の専らの用途となる。

“形”の語は，学習者にとって（そしてしばしば教師にも）躓きとなる。“形”の語の存在から，“形”というものの存在を想定してしまうからである。

数学で“形”を強いて定式化しようとするならば，それは“同じ形”の定式化——“距離の比を保存する1対1の点対応がとれる”——の後に来る。即ち，《“同じ形”の関係による類別》のもたらすところの類として定式化される。特に，類の違いが“形”の違いのことになる。

生活者としてのわれわれの実感は，《“形”を見て“同じ形”の類化がなされる》である(註)が，数学では，“形”は，“形が同じ”による類別の後に来る。

（註）但しあくまでも“実感”であって，“事実”というのではない。例えば，二つの図



に対し“形が同じ”とするとき，われわれは図そのものとは区別されける“図の形”を見ているのか？（この場合，“図を見る”ことと“図の形を見る”ことは，どのように区別されるのか？）ここでは，“形”の語は専ら空回りしている。

1.2　“同じ”の認識

1.2.1　“同じ”の認識

カラダの傾向として，《或る二つの図に対しそれらを同じと感じる》がある。これがすべての出発点である。

二つの図を“同じ”とすることは，“違う”とすることもできる(註)という意味で，恣意である。したがって，“同じ”とは“同じとする”のことである。

“同じ”の判断に対して，“何故”を問うとしよう。この問いの答えになるものは何か。“何故”の問いに対してひとの答えるものは，そのひとにとってのその場合の“同じ”の定義である——これ以外には答え得ないという意味で。

（註）特に，ミクロのレベル——電子顕微鏡で覗かれる世界——では，実在としての“図”の概念そのものが成立しなくなる。

1.2.2　“同じと見る見方”

二つの図に対して“同じとする”恣意が，つぎに二つの図に対する“見方”に表現されるとしよう。このとき，“同じとする”は“同じと見る”になる。

何を述べることが《“同じと見る見方”の表現》ということになるか。眼球の運動を述べるとか，着眼するところを述べるとか，対象に対する分析の仕方を述べるといったことである。

“見方”として表現することは，そのように見たことを意味するのではない。“こんな風に見たわけではなかったけれど，強いて言わされたらこうなった”というのが，本当のところである。——もともと，表現とは別もの化であり，“本質疎外”である。

1.2.3　“同じと見る見方”を“点対応”の絵に表現する

二つの図を同じと見る見方の表現の一つとして，《図の上に点対応の絵を描く》をここで考える。

このときの点対応は，ルールに従ってつくられるのではない。ルールは後から考え出される。即ち，この場合のルールは，実践をそれに従わせるものとしてではなく，実践を合理化するものとして登場してくる。それは，証明のために登場する。——“何故そうするか知らないままに自分（自分たち）がしてしまったことのうちに実在するルール”のような言い方も，同様である。

但し，ルールが一旦つくられれば，《ルールに従う》がそれ以降の実践の傾向になる。

1.2.4　自己認識

ルールが対象化される以前の実践は，何にも従っていない。それは端的に“そうしているだけ”の実践である。しかしこのときにも，“何故”の問いに対して“しかじかのルールにしたがっている”の答えが返ってくることは，大いにあり得る。

ひとが自分自身について語ることは，事実であるとは限らない。“しかじかのように自分はした”とひとが言うとき，それは単にそのひとの思い込みであり得る。“自分自身について本人の語ることは本当だ”ということにはならない。ひとは決して自分を掌握してはいない。

《“ルールに従って実践した”という思い込みがもたれている》を，《実際にルールに従って実践した》から区別しなければならない。ルールに従っていると思うことは，ルールに従っていることではない。(ここでわれわれは，ウィトゲンシュタインと同じことを言っている。)

点対応をつくっているひとに対して発せられたる“何故”は，点対応のルールを答えさせる“何故”である。そして，このとき答えられたルールについては，つぎの二つの場合を区別しなければならない：

(1)　“何故”の問いを契機につくられた，実践の合理化のためのルール；

(2)　実際に点対応がそれに従ってつくられているところのルール。

1.2.5　点対応の“きまり”

“同じと見る見方”の表現である点対応に対して，“何かきまりがある筈だ”と考え出すのは自然である。何故なら，それは特別な表現——他ならぬ“同じと見る見方”の表現——なのだから。ここに，きまりの発見が課題化されることになる。

1.3　“きまり”の存在論

1.3.1　表現の恣意性

“同じと見る見方”を何で表現するかは，恣意である。“同じと見る見方”を点対応の絵に表現することに，必然性はない。

1.3.2　実在，データ，法則

“同じと見る見方”の表現である点対応の絵は，実在である。どんな絵にするかは恣意であるが，つくられた絵は実在である。

ある実在に対してわれわれが見出している“きまり”は，その実在からとり出したデータに関する法則である。

ここでの点対応の絵の場合では，データをつくる行為は，距離の計測である。そして，このときの測定値の集合に対してそれの法則として捉えられたものが，ここで言う“点対応のきまり”である。

1.3.3　客観性としてのデータ，法則

データ，そしてデータに関する法則は，客観的であることによって，“データ”，“法則”である。客観的であることが“データ”，“法則”の条件であり，客観的でなければ，単にそれは“データ”，“法則”ではなかったということである。

ここで“客観的”とは，誰によっても同じものがつくられ(再現性)，誰によっても同じことが確認されるということである。

客観性は，実在とひと(種)の上に成立する事実である。そしてそれは，《客観的である理由をわれわれは述べることができない》という意味で，端的な事実である。客観性は，われわれにとって，どうしてなのかは知らないがそうなってしまう事実である。

ここでの点対応の絵の場合では，距離の測定値および“きまり”は，客観性である。

1.3.4　“恣意”

表現や判断に相対性を意識するとき，われわれは“恣意”という言い方をしたくなる。

“判断に依っている”ということと“恣意”は，区別しなければならない。“恣意”の問題化では，“相対性”がキーワードになる。

相対性は，ある限定性の下の相対性である。“恣意”は，自ずと或る限定の中にあることとなる。

“データ，法則は客観的である”と言うとき，われわれは，“一定表現形式の下でのデータ，法則の表現は限定的”ということを考えている。

データ，法則の表現の実践では，或る一定の表現形式が前提になっている。そしてその表現形式が“恣意”の限定性として効いている。

ここでの点対応の絵の場合で言えば，“このものさしを使って㎜単位まで測る”が，測定値を出すときの限定性となり，“対応する距離対に関する一方の比と他方の比の間に成立する法則”が，“きまり”の表現——“その比は相等”——の限定性になる。

1.3.5 データにおける“恣意”

データの客観性は，“真の値”によって保証されるのではない。

例えば，“真の値”が“真の測定値”である場合，その発想は，ミクロの世界に向かう。一方，ミクロのレベルにおいて，測定の対象である実在の身分——例えば“図”という身分——は，解体する。

“この判断についてはもともと真偽というものはない”という意味でも，われわれは“恣意”のことばを使いたくなる。しかし，無用な混乱を招かないために，このような使用は自らに禁ずるとしよう。われわれは，“恣意”のことばを専ら“相対的な判断”に対する言い回しとして用いることにする。

測定においては，“恣意”は，“値がひとによって異なる”という形で現われる。アナログのデジタル化である測定では，値がひとによって異なるという事態が生ずる。

測定値の判断において“恣意”は，“余儀なくされる”という形で現われる。そしてこれには，二つの場合がある。一つは，デジタル化の方法が既に解体してしまっているために，“恣意”を余儀なくされている場合(註1)。そしてもう一つは，デジタル化の方法の精度に限界があって，“恣意”を余儀なくされている場合(註2)である。

これ以外では，“恣意”の出る幕は無い。

（註1）例えば，縁がほころんでいる用紙の辺長を測る場合。

（註2）例えば，目盛りが㎜までで，その間が読めない場合。

1.4 きまりの妥当性の確かめ

1.4.1 “きまりの妥当性”の主題化

きまりが定められたいま，つぎのように考えることは自然である：

《このきまりとは“同じとする”を特徴づけるのでないか？——即ち，逆にこのきまりが成り立つ二つの図は，同じとすることができるような図になっているのではないか？》

そしてここから，実際にこのきまりが成り立つ図をつくって，同じとすることができるかどうかの検証に入る。

なお，この主題に至るまでの経過をまとめておくと，それは，およそつぎのようになる：

(1) 《“同じ”とはこういうこと》と述べられるようにすることを主題としてもち，この問題意識の下に，“同じ”図の分析に向かう；
(2) “同じ”を“同じとする”のことであると認識する；
(3) “同じとする”を“同じと見る”に表現して“同じと見る見方”を課題化する；
(4) “同じと見る見方”を点対応の絵に表現する；
(5) 点対応の絵に対しこれの“きまり”を課題化する；
(6) 距離の測定値に関する事実として，きまりを定める。

1.4.2 “きまりを満たす図”

きまりは〈きまり＝ことば〉として言語に属

し，そしてこのきまりを満たす対象は，同じ言語に属する〈対象＝ことば〉に限る。

実在である図についてきまりが成り立つ／成り立たないとは，これを言語内対象に表現したときのその言語内対象について，きまりが成り立つ／成り立たないということである。

逆に，“きまりを満たす図をつくる”とは，きまりを満たす言語内対象を図に表現する（別モノ化する）ということである。

1.4.3　“誤差”

値の“誤差”は，“真なる値”に対する誤差であり，このとき比較する二つの“値”は，言語に属する。そして誤差は，言語の論理的運用としての“計算”によって，算出される。“誤差”はこのように論理的概念である。

一方，実在に対し，“真なる測定値”の概念は成立しない。したがって，実在に対しそれの測定値と定めたものについては，“誤差”を問題にすることはできない。

測定値xを不注意に因るものであったとして測定値x'に訂正したとする。このとき，xとx'は言語内対象であり，かつxとx'の差を求める論理的手続きがある。しかしこの差は，“誤差”ではない。

1.5“同じ”の定義

1.5.1　“同じ”の定義

“同じとする”を“きまり”で特徴づけることが妥当となれば，さらにこの“きまり”を用いて“同じ”を論理的に定義する段階に入る。

最後に，定義された“同じ”に対し，“相似”の言い回しを与える。

1.5.2　“空間”の概念

“同じ”を本格的に定義するやり方についても，ここで一応押えておこう。

この作業は，最初から大きな問題に突きあたる。それは，“同じ”とする二つの図をどのような対象として記述するかという問題である。

その対象は，点対応が考えられるようなものでなければならない。さらに二点間に距離が考えられるようなものでなければならない。こうして，主題はすぐれて数学的なものになる。

この問題は，ユークリッド空間の概念を導入し，“図”を空間の部分に代える，という形で処理されることになる。

そしてこのとき，空間の二つの部分X，Yに関する“同じ”は，XとYの間の１対１対応Fでつぎの条件を満たすようなものが存在すること，と定義される：

Xの任意の異なる４点P_1，P_2，P_3，P_4に対し，

$$\overline{P_1P_2} : \overline{P_3P_4} = \overline{F(P_1)F(P_2)} : \overline{F(P_3)F(P_4)}.$$

1.5.3　“同じ”の論

言語内対象について定義された“同じ”については，“同じ”の論（ここでは相似論）を，ことばに自閉したままで展開できる。これは数学の実践である(註)。

（註）数学は，ことばに自閉することをそれの方法とする。確かに，数学という営為の契機には事物の描写があるが，言語としての数学自体は事物の描写ではない。

1.6　“多角形の相似”

ここで，現行の指導にある“多角形の相似”（“対応する二辺の長さの比が一定で，対応する角の大きさが相等”であることとしての）が本来どのような内容のものであるかを，一応確認しておこう。

“相似”は，ユークリッド空間(註1)の部分に対して定義される。したがって，“多角形の相似”の主題では，“多角形”はユークリッド空間の部分になっていなければならない。ここに，“多角形”の解釈の問題が先ず起こる。

はじめに，“多角形”を，《単体としての頂点，辺をそれの構成要素とするもの》というように考えてみよう。（このとき，“頂点”，“辺”は，それぞれ０次元単体，１次元単体に対する呼称ということになる。）

このときの“多角形”は，ユークリッド空間の部分ではないから，“多角形の相似”は，“ユークリッド空間をキャンバスとしてその上に描かれた多角形の絵（実態はユークリッド空間の部分）の相似”のこととして解釈されねばならない。

ここで多角形の頂点の表現になる点を（再び“頂点”と呼んで）特権化するとき，“多角形の相似”の定義として，次のようなものを（考えようと思えば）考えることができる。即ち，

（#）二つの多角形$\mathcal{X}$，$\mathcal{X}'$は，$\mathcal{X}$の頂点全体の集合と$\mathcal{X}'$の頂点全体の集合の間の1対1対応fと正数$\alpha>0$で，つぎの条件を満たすものが存在するとき相似：

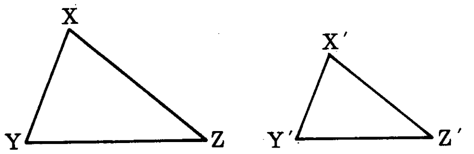
1°　$\mathcal{X}$の頂点X，Yが$\mathcal{X}$の一辺を張る[註2]とき，$\mathcal{X}'$の頂点$f(X)$，$f(Y)$は$\mathcal{X}'$の一辺を張り，かつ

$$\overline{XY}\times\alpha=\overline{f(X)f(Y)}.$$

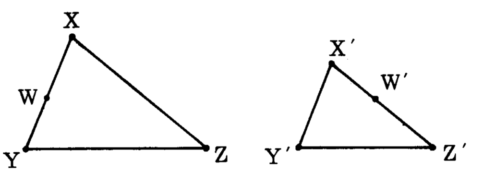
2°　$\mathcal{X}$の頂点X，Y，Zが$\mathcal{X}$の一角を張る[註3]とき，$\mathcal{X}'$の頂点$f(X)$，$f(Y)$，$f(Z)$は$\mathcal{X}'$の一角を張り，かつ

$$\angle XYZ=\angle f(X)f(Y)f(Z).$$

この“相似”は，本来の“相似”とは別のものである（本来の“相似”の特殊にはなっていない。）例えば，本来の意味で相似な二つの三角形（の絵）



（X，Y，Z，X'，Y'，Z'が頂点）から導かれる二つの四角形（の絵）



（X，Y，Z，W，X'，Y'，Z' W'が頂点）は，条件(#)で定義される“相似”にはならない。

このように，単体としての頂点，辺を構成要素として考えた“多角形”については，これの絵の相似の主題化において，頂点の表現になる点を《これを再び“頂点”と命名する》という形で特権化することは，できない。しかし，この特権化をやめるときには，（“頂点”がなくなることから）“対応する二辺の長さの比が一定で，対応する角の大きさが相等”としての“多角形の相似”が言えなくなる。

したがって，“多角形の相似”が主題化されるときの“多角形”は，はじめからユークリッド空間の部分――或る条件を満たすユークリッド空間の部分――のことでなければならない。

われわれはこのときの“多角形”を，さらに，つぎの条件（＊）を満たすユークリッド空間の部分$\mathcal{X}$[註3]の特殊としてとらえ，“多角形の相似”を，“条件（＊）を満たすユークリッド空間の部分の相似”へと一般化しておくとしよう：

（＊）$\mathcal{X}$は，“頂点”と呼ばれる点と，“辺”と呼ばれる線分で構成されている；ここで

1°　$\mathcal{X}$の辺の端点は，$\mathcal{X}$の頂点である；

2°　$\mathcal{X}$の辺の内部には，$\mathcal{X}$の頂点はない；

3°　$\mathcal{X}$の二辺が点を共有するとき，それは一点に限り，かつ$\mathcal{X}$の頂点である；

4°　一（頂）点を共有する$\mathcal{X}$の二辺の合併は，線分を成さない。

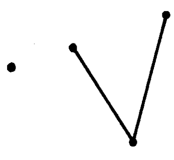
このときには，先の条件（#）で定義される“相似”は，本来の“相似”の特殊になる。

（註1）“ユークリッド空間”の定義は，“実数体$\mathbb{R}$上のユークリッド計量線型空間を随伴するアフィン空間”である。

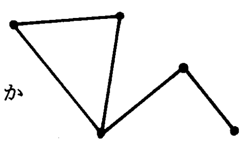
（註2）二頂点X，Yが一辺の両端点であるとき，“X，Yは一辺を張る”と言うことにする。

（註3）三頂点X，Y，Zに対し，X，Yが一辺を張り，Y，Zが一辺を張るとき，“X，Y，Zは一角を張る”と言うことにする。

（註4）例えば，



とか



なお，条件(3)は，頂点を間にして二辺が一直線に並ぶ場合：

を排除するためのものである。これによって，例えば“三角形”を“四角形”のように読むことはできなくなる。

2　指導計画表

時	主　題
1	“同じ”の意味を，主題としてもつ。
2 3	二つの図形を“同じと見る”が，或るきまりをもった点対応に表現されること。 “点対応のきまり”の意識対象化
4	“距離の比が保たれている”の言い回しで，“きまり”を特定する。
5	《距離の比を保つ点対応がとれる》を，“同じ”の定義の候補として提案する。
6	《距離の比を保つ点対応がとれる》を，“同じ”の定義の候補とする。
7	《距離の比が保たれる点対応が取れる》で“同じ”を定義することの妥当性。これを検証するものとして，作図問題を理解する。 作図のための，与えられた図に対して《距離の比を保つ》のきまりで図をつくる方法。
8	前時の作図の続き。
9	作図結果の評価と，“同じ”の定義。
10	主題の“同じ”を，“合同”の意味の“同じ”と対比する。 “相似”の語の導入。 “形”の語への言及。

（時：45分）

“相似”単元の現行の時間枠内でわれわれが指導しようとするものは，以上である。ここでは，主題の本質的な取り上げを優先させる立場から，現行の指導内容の殆どを捨てている。

現行の指導内容をこれに後続して取り上げようとするときには，以下の様な指導計画が考えられる：

時	主　題
11	相似対応について成り立つこととしての • 角の大きさを保つ • 直線を直線にうつす • 円を円にうつす
12	“相似”が“対応する距離の比が一定”で特徴づけられることを知る。 “相似比”の語の導入。
13	“合同”を“距離を保存する点対応がとれる”の形で捉える。 “合同”を“相似”の特殊（“相対比1の相似”）と捉える。
14	“拡大・縮小図”の概念 拡大・縮小図の描き方(1)：一点射影 一点射影の方法の根拠
15	拡大・縮小図の描き方(2)：方眼の援用 方眼の援用の方法の根拠
16	多角形の相似の特徴づけ
17	長方形の相似の特徴づけ 三角形の相似の特徴づけ

（時：45分）

以下は，発展課題であるが，子どもの能力を超えるものと見なければならない。この意味で，われわれの指導の限界を示すものである。

主題

（“図の相似”ではない）数学的存在の相似の主題化

そのための，“空間”と“空間の変換”の概念の導入

図の間の“距離の比を保つ点対応”を，空間の相似変換として解釈する

主題

《“同じ”／“違う”とする》ということ。

（註）“違うとも見れる”限りにおいて“同じと見る”（意志）を主題化できるわけであり，この意味では，ここまでの“同じと見る”は，実際には，“同じに見えてしまう”であった。

ここの主題は，実在に関する“同じ”を，われわれの判断――恣意的判断（自分の中で“同じ”／“違う”のどちらの立場にも立てる）――の問題として主題化することである。

《判断は恣意である》と観念されるとき，判断は判断ごっこになる。ひとは判断ごっこのルール――ここの場合は，“同じ”のルール――で遊ぶことができる。“同じ”に見えないものに対しても，ルール成立を想定して，“同じ”としてしまえるようになる。そしてその逆も。

3　授業案

1時（45分）――――――――――

1　主題

“同じ”の意味を，主題としてもつ。

2　展開

2.1　“同じ”を共通認識にする。

［白地図――北海道（大，小），九州――を黒板に貼付］

T：同じのはどれですか？

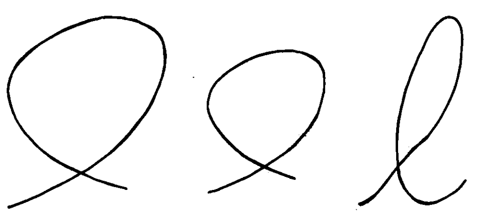
C：（所期の答え）

［数字の3（大，小），2を板書する］

T：同じのはどれですか？

C：（所期の答得）

T：同じのはどれですか？



C：*A*，*B*が同じ，*C*が違う。

（註1）“相似・非相似”の意味で，“同じ・違う”の語を最初から使わせることがキーポイントになる。このような“同じ”もあることにしなければならないからである。

ここでは，“非合同”の意味の“違う”が出て来ないように配慮する。白地図と数字の素材で入っているのは，このためである。

なお，われわれは，“合同”，“相似”を，“大きさも形も同じ”，“大きさは違うが形は同じ”のような形で定義するようなことはしない。

（註2）“同じ”の意味は，例えで示せるのみである。“同じ”が落ち着かないが，それはこの授業の欠陥ではなく，なるべくしてそうなる。実際，落ち着きをもたせるところの“ことば”がゴールになるというのが，この単元の特徴である。

（註3）素材に対する子どもの“同じ／違う”の反応は，実在に対する身体の直接の反応である。

2.2　“同じ”とはどういうことかを言えないということ，“同じ”の語を“同じ”の規準（定義）を意識せずに使っているということを，共通認識にする。

T：*A*と*B*が“同じ”ってどういうこと？

C：形が同じこと。

T：“形が同じ”ってどういうこと？

C：わからない。

C：言いようがない。

T：言いようがないね。

T：“同じ”ってどういうことか考えたこともなく，“同じ”ということばをこれまで使ってきているんだね。

T：“同じ”がどういうことか言えなくても，これまで困ったことはなかったね。

T：ことばで言えなくても，“同じ”かどうかはわかってしまうから。

（註）《自分たちは“同じ”の規準を意識することなく“同じ”のことばを使っている》という認識に立たせた上で，《“同じ”の定義》の主題に導く。

2.3　主題――“同じ”を定義すること――を明示する。

T：実は，今日からの学習の目的は，いまは言いようがなくてこまっている“同じ”を，何とか言えるようにしようということなんです。

2.4　まとめ

板書：

目標：「同じ」とはこういうことだと言えるようにしよう。

２時（45分）――――――――――――

１主題

二つの図形を“同じと見る”が，或るきまりをもった点対応に表現されること

２　展開

2.1　《“同じ”に見える図のきまり》を主題化する。

T：前の時間に目標を立てましたね。それは何でしたか？

C：“同じ”って何か。

T：“同じ”とはこういうことだと言えるようにしよう。これでしたね。

T：頭の中だけで考えてもわかりそうもないから，“同じ”に見える図に何かきまりを立てられないか，調べてみることにしましょう。

2.2　“同じと見る”

［前時の３番目の素材の図を，再び黒板に貼付する］

T：前の時間で，*A*と*B*は同じだと言ったね。

T：確かに同じなの？

C：同じとも見れるが，違うとも見れる。

（註１）以下で誘導する点対応は，“実在に内包される事実”というように受け取られてはならない。そのために，“同じ”を“同じと見る”へずらすという方便を用いて，“同じ”をわれわれの〈解釈〉ということにし，そして，この解釈の直接の表現（“絵”）として点対応を誘導する。

（註２）《自分の中で“同じ”／“違う”のどちの立場もとれる》ということを見させることで，“同じ”を“同じと見る”に変える。

2.3　“同じと見る”見方を探る

T：同じと見てみよう。

T：*A*，*B*を同じと見るときには，どのように見ているの？

T：こんなふうに？

A　　　　　　***B***

（註）子どもはどのように説明してよいかわからない――そもそもこの場合，正しい説明の仕方というものは無いのだから。教師は専ら以下の指導の都合から，指の併進の動作で示すというアイデアを与える。

2.4　“同じと見る”を二つの図の間の点対応（絵）に表現する。

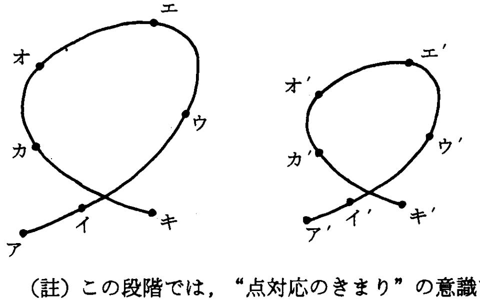
T：二つの図を見比べながら指を動かしているように，先生には見えるけど，どことどこを見比べているの？

C：ここところ，ここところ。

C：そこの点は，そこでないよ；もう少し上だ。

［子どもたちと話し合いながら，対応する点をとっていく］：

A　　　　　　***B***



（註）この段階では，“点対応のきまり”の意識を

表面化させない。

T：“同じと見る”ということが，このような点の対応に表わせた。

2.5　点対応が〈表現〉であることの確認

T：ところで，*A*と*B*を見るとき，本当にこんな風に見ていたの。

C：そんなことしていない。

T：無理矢理表わしたんだね。

T：無理矢理だけれど，ともかく“同じと見る”を絵に表わせた。

（註１）点対応の絵は“同じと見る”の表現であり，“同じと見る”が，この点対応の絵のように見ることであるわけではない。表現は〈別モノ化〉である——そもそも“同じと見る”からして方便なのである。

われわれは，この認識を子どもにも共有させる。

（註２）点対応の絵は，“同じと見る”の表現として必然のものではない。（指でなぞるも表現の一つであるように。）この意味で，それは恣意によっている。

2.6　まとめ

T：“同じと見る”の絵として，点対応の絵を発明した。

（註）主題の定着が十分でないと判断されるときには，適宜，素材を変えて同じことを繰り返す。

３・４時（90分）

1　主題

“点対応のきまり”の意識対象化

2　展開

2.1　“点対応のきまり”の予見

［前時の素材の図を継続して使用］

T：*A*のこの点に対応する点をここだとしたらだめ？

（註）違和を感じる位置に対応の点を強いて置くことで，“点対応のきまり”の意識に導く

C：だめ。やっぱりこの辺だ。

T：どうしてそこだと思うの？

（註）理屈（ことば）に導かれる前の“ここにはここ”は，子どものカラダの反応であり，そしてこの反応には理由はない。カラダが端的にそう判断させる。

このときには，“何故”の問いは無意味である。“何故”に対して答えられる理由は無いという意味で。

しかし，あくまでも“何故”を問うのは無意味ということであって，“何故”を問うことに効用が無いとか，応答が得られないということではない。実際，説明のための説明，合理化としての説明を求める問いとして成立する。

ここでの“どうしてそう思うの”は，この種の問いである。それは，“きまり”を意識対象化させる目的をもつ問いであり，カラダの反応の理由を尋ねているのではない。

C：うまく言えないけれど，ここだ。

C：ア，イやイ，ウの間を考えたら，ウ，エの間もきまる。

C：点の間の距離にきまりがあるから，エ′はここだ。

T：みんな好き勝手に点を書いていたわけではないんだね。何かきまりがありそうだ。

2.2　まとめ

T：同じと見てつくった点対応にはきまりがありそうだ。どのようなきまりがあるだろうか？

（註１）先ず，“きまり”を問題意識にする。これを“距離のきまり”にしていくのがつぎの段階。

（註２）ここでの“きまり”は，“同じと見る”の表現である点対応の絵（実在）の上の事実である。点対応の絵への表現は恣意であるが，一旦つくられた点対応の絵は実在であり，われわれの恣意から離れた存在になる。

特に，“同じと見る”を何か或る形式で見ることと解釈してその形式を見出そうする，というのではない。実際，いまの素材に対する“同じと見る”は，何か或る形式で見ることではない——カラダの端的な反応である。

3　主題

図Aの異なる任意の四点P，Q，R，Sとこれにそれぞれ対応するBの四点P'，Q'，R'，S'に対し，$\overline{PQ}$と$\overline{RS}$の比と$\overline{P'Q'}$と$\overline{R'S'}$の比が大体相等であることを，所期の“きまり”ということにする。

“きまり”の言い回しとして用意するものは，“距離の比が保たれている”。

（註）われわれの恣意による点対応の絵は実在である。そしてここで主題となる“きまり”：

《点対応において，距離の比が保存されている》は，この実在の事実であり，〈約束〉ではない。本時の課題は，実在の観察からその実在の事実を捉えることである。

4　展開

4.1　“距離に関するきまり”に導く

T：この点対応にはどのようなきまりがありそうか？

C：アイ＞ア′イ′，イウ＞イ′ウ′，‥‥。

C：ア′イ′はアイの半分くらい；イ′ウ′はイウの半分くらい‥‥。

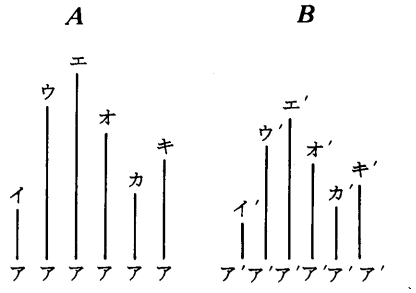
T：距離にきまりがありそうだね。

（註1）ここで，“きまり”が“距離のきまり”になる。

（註2）“距離の比”が子どもから出て来るとしても，この場合は“相似比”が自然である。一つの図の上の距離の比が出て来ることは，期待できない。そこで，つぎの誘導（方便）になる。

4.2　一つの図の上の距離対の比に着眼させる

T：対応する距離をいくつか取り出してみよう［素材の図に二点を結ぶ線分を描いては，この線分の写しを以下のようにおいていく］



（註1）同じパターンに見えるように配列する。これは同時に二つの効果を狙っている。一つは，点対応で対応する距離対の比への意識を退ける（最初から現われないようにする）こと，そして一つは，距離の比が専ら一つの図の上の距離対に対して意識されるようになることである。——勿論，この二つの効果は，ともに，“きまり”の表現である“距離の比が保たれている”に誘導するためのものである。

（註2）各距離の一方の端点を一つの点（Aではア，Bではア′）に固定しているのは，顕著なパターンをつくるためである。実際Aで$\overline{\text{アイ}}$，$\overline{\text{イウ}}$，$\overline{\text{ウエ}}$，‥‥のように距離を選ぶと，われわれの素材では，起伏が目立たない平坦なパターンになってしまう。

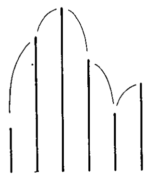
T：どのようなきまりがありそうか？

C：AとBは同じ調子。

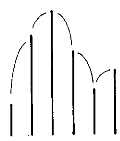
C：同じ形

T：“同じ調子”とは？

C：うまく言えないけれど，Aの調子



とBの調子



が同じ。

T：この

の感じは，何て言えばいいの？

C：比。

C：倍。

T：つまり，***A***での比の調子と***B***での比の調子が同じになっていると言うんだね。

（註）パターン図***A***，***B***では，隣り合う二つの線分の間で比を意識するのが自然になる。

4.3　対応する比の確認と，対応する比の相等の予想

［パターン図の上で］

T：距離$\overline{\text{アイ}}$と$\overline{\text{アウ}}$の比には，どの距離とどの距離の比が対応しますか？

C：距離ア′イ′とア′ウ′の比。

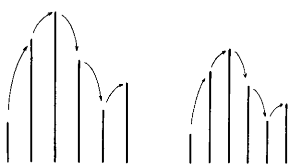
T：二つの比はどうなっていますか？

C：大体同じ。

T：他の場合にもそうなっているかな？

C：なっていそう。

［倍表示の矢線を



のように図に書き入れて］

T：これらの距離の比を，全部調べることにしよう。

T：比はどんな形に表わしますか？

C：比の値で。

C：何倍。

4.4対応する比の相等を確かめる作業

［作業は，もとの図の上で行なう］

［一つの比に結着をつけてから，つぎの比に進む］

C：やっぱり，全部大体同じになっている。

（註）パターン図の目的は専ら“距離の比”の意識を誘導することであり，この目的が達成されるとき，それは用済みになる。対応する比の相等を確かめる作業は，もとの図の上で行なう。

4.5　“きまり”を表現する言い回しの導入

T：このことを，これからは“点対応の距離の比が保たれている”と言うことにします。

T：対応する比がきっちり同じにはなっていないから，本当のことを言えば，“大体保たれている”ということだね。

（註）“関係の保存”の意味で“保たれる”の語をここで導入しているわけであるが，この概念は子どもにとってかなり高度であると言わねばならない。敢えてこの言い回しを導入しようとする理由は，つぎの二つである。一つは，それが本質をつく表現であるということ。もう一つは，誤解のない形では，“きまり”を最も短く表現できるということである。

実際，誤解の無い直線的な言い回しは，

“点対応で距離対（x，y）に距離対（x'，y'）が対応するとき，xとyの比とx'とy'の比は等しい”

であるが，この言い回しを用いることは無理である。また，

“点対応で対応する距離の比は同じ”

の言い回しも使えない。実際，この言い回しに対しては，“比”を“相似比”のように読み，“同じ”を“一定”のまように読むのが自然である。

4.6　まとめ

T：“同じと見る”を表わした点対応では，距離の比が大体保たれている。

5時（45分）————————————

1　主題

《距離の比を保つ点対応がとれる》を，“同じ”の定義の候補として提案する。

（註）われわれが立てた筋は，つぎのようになっている。先ず，“同じ”の定義を主題化する。そして，

《定義になることばを求める》という目的意識の下に，カラダが“同じ”としてしまう図A，Bに対し，それの事実を述べることばを求める。“距離の比を大体保つ点対応がとれる”を，このことばを定める。そしてこのことばから“大体”を除いた“距離の比を保つ点対応がとれる”を，求めていたことば――“同じ”の定義となることば――と定める。

2　展開

2.1　これまでの学習の振り返り

T：同じと見れる二つの図A，Bは，どうなっていましたか？

C：きまりがあった。

T：それはどんなきまり？

C：“距離の比が保たれる点対応がとれる”というきまり。

T：本当のことを言えば，きっちり保たれるではなくて，大体保たれるだったね。

［板書：“同じと見れる図のきまり：距離の比がだいたい保たれる点対応がとれる”］

2.2　“距離の比が大体保たれる点対応が取れる”の表現から“大体”を除く

T：“大体同じ”で，“きっちり同じ”ではないのは，どうしてか？

C：正確に測れるわけではない。

C：点の対応のさせ方が，もともと大体だから。

C：もとの図も大体同じだった。

C：はじめから大体だから，大体になった。

T：文句なく同じに見える図で，点対応もうまくとれば，きっちりなのかも知れない？

C：そう思う。

T：それでは，“同じ”と見れる図のきまりを，“大体”をとって，“距離の比が保たれる点対応が取れる”にしましょう。

［先に板書した“同じと見れる図のきまり：距離の比がだいたい保たれる点対応がとれる”の中の“だいたい”に，×をつける］

（註）ここでの“大体”の除き方は，もちろん方便であり，論理になっていない。また，本来，“大体”を除くのはこの段階――《“同じ”と見れる図の事実の記述になることばを定める》段階――においてではなく，《“同じ”の定義となることばを定める》段階においてである。

われわれは，“同じ”の定義の段階で，“大体”を除くことを困難と判断して，以上のような方便を用いる。本来なら，“二値論理”，“約束”という文脈で“大体”を除くことになる。即ち，つぎのように：

T：“同じ”を言い表わすことばは，それによって，同じかそうでないかがはっきり決まるようなものでなければなりませんね。

T：そのようになっていますか？

C：“大体”があってはだめ。

T：そもそも，“きっちり同じ”ということはあり得るの？

T：《とんなに細かく見ていってもきっちり同じ》ということはあるの？

C：ない。

T：ということは，いつも“大体”。

T：いつも“大体”であるならば，“大体”と言うことに意味がないことになる。

T：“きっちり同じ”とは，そのように約束するということでしかない。

そしてこれは，小学生相手の対話にはなり得ない。

2.3　本単元の学習の目的の想起

T：最初に立てた学習の目的を，覚えていますか。

C：忘れた。

C：“同じ”を言い表わすことば。

T：まだ，見つかりませんか。

C：……。

T：“同じ”を言い表わすことばになりそうなものが，もう出て来ているんだよ。

2.4　“距離の比が保たれる点対応が取れる”を，“同じ”を言い表わすことばの候補として提案する。

T：“距離の比が保たれる点対応が取れる”を，“同じ”を言い表すことばということにしてしまったらどうだろう？

C：……。

C：いいよ。
［板書：“「同じ」＝「距離の比が保たれる点対応がとれる」”］

2.5　違和感の誘導と共有

T：“距離の比が保たれる点対応が取れる”を，“同じ”を言い表わすことばにしました。でも本当にいいの？
C：何か変だ。
T：どんな風に変だと思うの？
C：……。
C：“同じ”を言い表わしているみたいでない。
C：距離のきまりを言っているだけ。

（註）対象の態を言い表わすことばでないものが対象の意味を述べることばにされるということに，違和感が持たれる。即ち，対象の内包が対象の意味にされることへの違和感である。われわれのすることは，この違和感を除いてやるのではなく，これをのり越えさせることである。内包を述べることばを意味のことばとして飲み込ませることである。以下はこのための対話である。

T：確かに，きまりを“同じ”を言い表わすことばにするというのは，何か変な感じはするね。
T：1年から6年まで算数を勉強してきたけど，きまりを意味にしたことが，前にもなかったかな？
C：…。

T：“台形”の意味は何？
C：一組の向かい合う辺が平行。
T：それは，“台形”を言い表わすことばとしてしっくりくる？
C：しない。
T：いまでも変な気がする？
C：しない。
T：馴れてしまった？

T：算数では，きまりを意味にしてしまうんです。どうしてかというと，きまりを意味にすると，そうかそうでないかがはっきりするから。中途半端がなくなるから。
T：“台形”を“台のような形”と言ったら，中途半端が出て来るでしょう。しかし，“一組の向い合う辺が平行”と言ったら，中途半端はなくなる。
T：“距離の比が保たれる点対応が取れる”を，“同じ”の意味にしたら，同じかそうでないかがはっきりするでしょう。

（註）違和感の誘導に子どもがのって来ない場合は，この局面はないものとする。また，違和感の内容が，次時に主題化する定義の“妥当性”への疑問である場合には，これを次時に主題化すると予告して本時を終了する。

6時（45分）

1　主題

“同じ”の表現としての“距離の比を保つ点対応がとれる”の妥当性

2　展開

2.1　《特殊の一般化》に随伴するリスクの確認

T：“距離の比が保たれる点対応が取れる”を“同じ”を言い表わすことばにしました。
［板書：“「同じ」＝「距離の比が保たれる点対応がとれる」”］
T：しかし，本当に大丈夫なんだろうか？
［異なる形の二つの図を黒板に描いて］
T：これは“同じ”には見えないね。
T：でも，工夫したら，距離の比を保つ点対応がとれるかも知れないよ。
C：とれないと思う。
C：工夫すればとれるかも知れない。
T：どちらの立場につくとしても，確かだと言い切れる？
C：……。
C：やっぱり，とれないと思うけど。

（註1）われわれは，僅か一つの特殊から《「同じ」＝「距離の比が保たれる点対応がとれる」》の一般化をしている。この一般化は〈賭け〉である。ここは，この〈賭け〉のリスクを子どもにも認識させる局面である。

（註2）このときの〈賭け〉は，つぎの二つの何れかが事実として確認されれば，失敗となる。一つは，《“同じ”と見れるが“距離の比を保つ点対応”がとれない二つの図が存在する》であり，もう一つは，《“同じ”と見れないのに“距離の比を保つ点対応”がとれる二つの図が存在する》である。

指導案では，授業が重くなり過ぎることを避ける意味から，前者の形のリスクは最初から示唆せず，後者の形のリスクのみを取り上げている。

2.2　《距離の比を保つ点対応がとれる》が，“同じ”の定義であり得るための条件

T：同じと見れないこんな図に，もし距離の比が保たれる点対応がとれたら，［板書したことばの中の“＝”を指して］この“＝”はだめだね。

T：“＝”であるためには，この図のような“同じ”と見れない図に対しては，距離を保つ点対応がとれてはならない。

［板書：“「同じと見れない図では，距離を保つ点対応はとれない」と言ってよいか？”］

T：言い換えると，

［板書：“「距離の比を保つ点対応がとれる図は，同じと見れる」と言ってよいか？”］

T：言えたら，“＝”はだいじょうぶということだね。

［板書：“言えたら，＝はだいじょうぶ”］

T：つまり，“距離の比が保たれる点対応がとれる”を“同じ”を言い表わすことばにしてもだいじょうぶということ。

（註）“同じと見れない図に対しては，距離を保つ点対応はとれない”を“距離の比を保つ点対応がとれる図は，同じと見れる”に言い換えることは，対偶をとることである。これが言い換えになっているということの詮索は，子どもの能力を超える内容のものであるとの判断から，敢えてしない。あっさり“言い換えると”と言って済ます。また子どもも，このことでは躓かない。

2.3　確認の作業への動機づけ

T：距離の比が保たれる点対応がとれるとき，必ず同じと見れるかな？

C：見れると思う。

C：わからない。

C：確かめてみないとわからない。

T：つぎの時間では，距離の比を保つ点対応がとれるとき必ず同じと見れるかどうか，確かめていくことにしましょう。

（註）“＝”は〈定義〉であり，したがって，ここでの“確かめ”は〈証明〉ではない。“確かめ”は，定義の“妥当性”の確かめであり，そしてその“妥当性”の確かめとは，特殊をいくつかやって，“これ以上繰り返さなくても大丈夫”という確信に至ることである。

《“同じ”と見れる図には距離の比を保つ点対応がとれる》の確かめは，《“同じ”と見れる》いくつかの特殊な図の各々に対し《距離の比を保つ点対応がとれる》を確かめることである。

《“同じ”と見れない図には距離の比を保つ点対応はとれない》の確かめは，《“同じ”と見れない》いくつかの特殊な図の各々に対し，その上のいくつかの特殊な点対応に対し《距離の比を保つ点対応になっていない》を確かめることである。またこの確かめを，(《“同じ”と見れない図には距離の比を保つ点対応はとれない》の対偶の形の)《距離の比を保つ点対応がとれる図は“同じ”と見れる》の確かめに代えるときには，《距離の比を保つ点対応がとれる》いくつかの特殊な図の各々に対し，《“同じ”と見れる》を確かめることである。

7時（45分）

1　主題

《距離の比が保たれる点対応が取れる》で“同じ”を定義することの妥当性を検証するものとして，作図問題を理解する。

作図のための，与えられた図に対して《距離の比を保つ》のきまりで図をつくる方法。

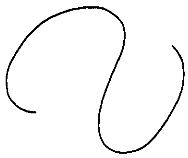
2　展開

2.1　前時で導かれた問題意識に立って，作図の課題に入る。

T：距離の比を保つ点対応のとれる図がいつも同じと見れるかどうかが，問題になりました。

T：距離の比を保つ点対応がとれる図を実際につくって，同じと見れるかどうか確かめてみましょう。

［素材の図



を黒板に貼付して］

T：ここに用意した図*A*に対して，距離の比を保つ点対応がとれる図をつくろうと思うのですが，できそうですか？

C：わからない。

T：点対応をつくることで，図をつくります。

T：点対応はどのようにつくっていきますか？

T：どんな規則でつくりますか？

C：“距離の比を保つ”。

2.2　何が作図のデータになるかの確認

T：作図するとき，知りたいことは何ですか？

C：距離。

T：距離は教えられないよ。

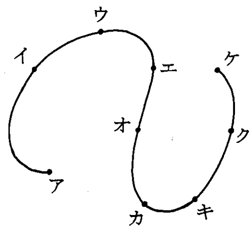
T：どんなきまりを使って作図するんだった？

C：“距離の比を保つ”。

T：だから，教えられるのは距離の比だけ。

（註）“距離の比が保たれる点対応”を実現する方法で“同じ”図を作成する場合，もとの図に関するデータとして与えるものは，距離の比のデータであり，距離そのものはデータとして必要ない。指導でもこのことが強調されなければならない。

［点ア，イ，ウ，‥‥がプロットされた*A*のコピー



を黒板に貼付して］

T：作図で，つい距離を使ってしまうということのないよう，先生が予め点を決めて，距離の比を計算してきました。距離の比は教えるけれど，距離は教えません。

（註）作図の都合から，点アとイは接近しすぎないようにとる。

2.3　作図法を知らせる。

［作図する用紙を黒板に貼付する］

T：先ず，アに対応する点ア′とイに対応する点イ′を決めましょう。

［用紙に二点ア′，イ′をかく］

T：ア′，イ′をいまのようにとるのと，こうとるのとでは何が違ってくる？

［用紙にかいた二点とは異なる位置関係にある二点を黒板の上にかく］

C：大きさ。

C：傾き。

T：予想して指でなぞってごらん。

T：ウ′はどのへんだろう。

C：このへん。

T：どのようにして決まるの？

T：手掛かりになるものがあるかな？

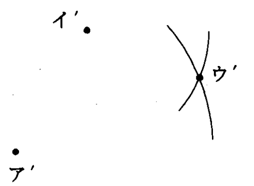
C：ア′とイ′。

C：ア′からの距離とイ′からの距離の二つで決まる。

T：一つだけではだめ？

C：だめ。

C：二つが決まれば，ウ′はコンパスを使ってこんな風に求まる。



(註) ここでは追及しないが，実際には，ウ′は二通りにとれる。そしてどちらかに決めるとき，残りの点は，(ア′，イ′への二つの距離のデータではなく) ア′，イ′，ウ′への三つの距離をデータとして，一意的に決まる。

なお，ウ′の二通りのとり方には，“互いに他の裏返し”の関係にある二つの図が対応する。

T：距離ウ′ア′は決まるかな？
T：決めるものがあるかな？
C：《距離の比を保つ》というきまり。
T：ウ′ア′を求めるときに使う距離の比は何？
T：どの距離とどの距離の比が同じと考えるの？
C：アイとウアの比と，ア′イ′とウ′ア′の比。
T：先生が計算してきたアイとウアの比では，アイの○倍がウアになっています。
C：ウアがアイの○倍だから，ウ′ア′はア′イ′の○倍。
T：ア′イ′を測ってみると‥‥［測定］‥‥○cm○mm。となると，ウ′ア′はどうなりますか？
［計算］
C：○cm○mm

T：ウ′イ′も決まるかな。
T：今度は，どの距離の比とどの距離の比を考えますか？
C：アイとウイの比とア′イ′とウ′イ′の比。
T：先生が計算してきたアイとウイの比では，アイの○倍がウイになっています。
C：ウイはアイの○倍だから，ウ′イ′はア′イ′の○倍。
C：ア′イ′が○cm○mmだったから，ウ′イ′は○cmの○倍。
C：それは○cm○mmだ。

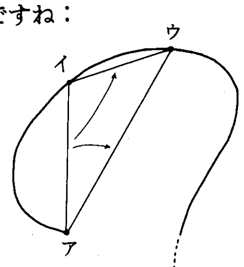
T：ウ′を作図しよう。
［作図］
T：作図の方法が何となくわかってきたでしょう。

8時（45分）

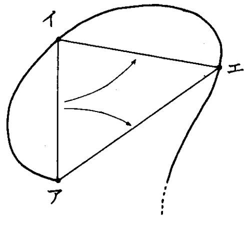
1　主題
前時の作図の続き

2　展開

2.1　作図の一般形式に導く
T：ウ′をどのように作図したか，発表してもらいます。
［発表］
T：図*A*での距離の比のデータから作図したわけですね。
T：ウ′の作図で使った距離の比のデータは何でしたか？
C：アイとウアの比と，アイとウイの比。
T：これですね：



T：エ′の作図で用いるのはどの距離の比か，予想してみましょう。
C：これとこれ：



T：オ′ではどうですか？
C：これとこれ。

T：考え方は同じ？
T：同じなのはどういうところ？
C：アイをもとにする。
C：アとの距離がアイの何倍，イとの距離がアイの何倍，というところ。
T：なるほどね。

2.2　距離の比のデータを提示する

T：では，先生が予め調べてきたデータの中から，こんな形の比だけをひろって，ここに書いてみます。
［下の形の枠を板書して，比の値を書き込む］

	ウア	エア	オア	カア	キア	クア	ケア
アイ							

	ウイ	エイ	オイ	カイ	キイ	クイ	ケイ
アイ							

T：他に必要なデータはないの？
C：ア′とイ′の距離。
T：前の時間に測ったね。それは，○cm○mmでした。［板書］

T：ウア，ウイについては，前の時間，ウ′を作図するときに計算しました。それは○と○でした。［表に書き込む］

T：ではウ′の作図を思い出して，残りのエ′，オ′，カ′，キ′，ク′，ケ′を作図することにします。
T：全部独りでやるのは大変だから，班で分担してやることにしましょう。
［それぞれの点の担当の班を決める］
T：班の中で相談してやって下さい。作図のためのデータが出たら，代表の人が前に出て来て作図して下さい。
［作業］

（註1）本時の課題の作図は，整理して進めないと混乱してしまう。教師は，整理された形へきちんと誘導してから，作業にとりかからせる。
（註2）子どもを参加させ且つ時間を節約するという理由から，残りの点エ′，オ′，カ′，キ′，ク′，ケ′を担当する班を決めて，計算，作図について責任分担させる。
（註3）作業は計算であり，したがって（測定の作業の場合と違って）値で争われることはない。

9時（45分）――――――――

1　主題
作図結果の評価と，“同じ”の定義。

2　展開

2.1　作図結果の評価

T：ア，イ，ウ，エ，オ，カ，キ，ク，ケ，に対応する点がこのようになったんだけど，同じに見えるかな？
C：点のところでは同じに見える。
T：図を完成させるためにはどうするの。
C：もっと細かく点をとっていく。
C：いくつくらい？
C：できないけども，本当ならば，無限にとる。
T：点をすごく細かくとってかいた図は，もとの図と同じに見えるかな？
C：見えると思う。
T：やって見なくても大丈夫だね。

（註）作図は，中心的な課題ではなく，できればあっさり済ませたいところのものである。ここでは，さらにくどくどと繰り返すことはしない。

2.2　作図作業の目的の想起

T：ここまで2時間をかけて，距離の比を保つ図の作成をしてきたわけだけれども，最初の

目的は何だったか覚えてますか？

C：‥‥。

C：覚えていない。

T：《距離の比が保たれる点対応がつくれる》を“同じ”を言い表わすことばにしてもよいかどうか，確かめるためだったんですよ。

T：《距離の比が保たれる点対応がつくれる》というきまりが成り立っている図がいつも同じと見れることがわかれば，このきまりを“同じ”を言い表わすことばにしてもよいということだったね。

C：そうだった。

T：“同じと見える”が確かめられたね。

T：これで，“距離の比が保たれる点対応がつくれる”を“同じ”を言い表わすことばにできることになったわけですね。

10時（45分）

1　主題

主題の“同じ”を，“合同”の意味の“同じ”と対比する。

“相似”の語の導入。

“形”の語への言及。

2　展開

2.1　“合同”の意味の“同じ”との対比

[“同じ”の語が合同の意味でも使われること，そしてそれがここで主題化してきた“同じ”とは異なるということに，留意させる]

T：ここでの，“同じ”を，“合同”の意味の“同じ”と区別するために，“相似”と言うことにします。

T：また，相似な図の間に考えた“距離の比を保つ点対応”のことを，簡単のために，相似対応と呼ぶことにします。

（註）“同じ”と言って紛れるものがなければ，ここでの“同じ”を“相似”に言い換える必要はない。しかし，日常語にはいくつもの“同じ”がある。そこで，ここでの“同じ”に或る名を与えることが必要になる。指導では，〈紛れるもの〉として“合同”を持ち出している。

2.2　“形”の語への言及

T：“同じ形”という言い方がありますね。これは，相似の意味で図が同じということですね。

[自由曲線の絵を黒板に描いて]

T：このような図の形を言い表わしなさいと言われたら，困ってしまう。でも，この図とこの図の形が同じということの意味は，相似対応のことばを使ってきちんと言うことができるわけです。

T：形が言えなくても，“同じ形”ということは言える。

これに後続する指導（Ch. 2）は，以下，主題のみを示すにとどめる。

11時（45分）

主題

相似対応について成り立つこととしての

- 角の大きさを保つ
- 直線を直線にうつす
- 円を円にうつす

12時（45分）

主題

“相似”が“対応する距離の比が一定”で特徴づけられることを知る。

“相似比”の語の導入。

13時（45分）

主題

“合同”を“距離を保存する点対応がとれる”の形で捉える。

“合同”を“相似”の特殊（“相似比1の相似”）と捉える。

（註）“合同”は，はじめから“距離を保存する点対応がとれる”の形で指導することができる。しかしいまは，この既習形態は想定しない。これを既習と

して想定するときには，われわれの“相似”の指導も，自ずと変わってくる。

14時（45分）

主題

“拡大・縮小図”の概念

拡大・縮小図の描き方(1)：一点射影

一点射影の方法の根拠

15時（45分）

主題

拡大・縮小図の描き方(2)：方眼の援用

方眼の援用の方法の根拠

16時（45分）

主題

多角形の相似の特徴づけ：《つぎのような頂点の対応がつくれる二つの多角形は相似：

(1) 対応する辺の比が一定（＝相似比）

(2) 角の大きさが保たれる》

17時（45分）

主題

長方形の相似の特徴づけ：《隣り合う二辺（タテとヨコ）の長さの比が等しい二つの長方形は，相似》

三角形の相似の特徴づけ：《つぎのような頂点の対応がつくれる二つの三角形は相似：

場合1

対応する3組の辺の比が等しい（＝相似比）

場合2

対応する2組の辺の比が等しく（＝相似比），その辺がつくる角の大きさが等しい

場合3

対応する2角の大きさが等しい》